

Matemáticas

Estas pautas específicas para la asignatura se deben leer junto con las secciones “Introducción”, “Aspectos generales” y “Aspectos específicos: todas las monografías” de esta guía.

Generalidades

La monografía en Matemáticas permite a los alumnos demostrar su comprensión de cualquier aspecto de la asignatura, ya sea:

- la aplicabilidad de las matemáticas para resolver problemas reales y abstractos
- la belleza de las matemáticas, por ejemplo, en la geometría y la teoría fractal
- la elegancia de las matemáticas en la demostración de teoremas, por ejemplo, en la teoría de los números
- el origen y posterior desarrollo de una rama de la disciplina en un período determinado, ya sea décadas, siglos o milenios
- las relaciones entre las diferentes ramas de las matemáticas y las eficaces estructuras que permiten que muchos problemas aparentemente diferentes puedan resolverse mediante la aplicación de una misma teoría
- la forma en que nació o se desarrolló una rama de esta disciplina, como consecuencia de la tecnología.

Estos son algunos de los muchos modos en que pueden disfrutarse las matemáticas o demostrarse su utilidad o, en muchos casos, ambas cosas.

Elección del tema

La monografía puede realizarse sobre cualquier tema que se centre en las matemáticas y no es necesario que se limite a las teorías.

Los alumnos pueden elegir temas matemáticos que se enmarquen en el contexto de campos tales como la ingeniería, las ciencias puras o las ciencias sociales, así como las matemáticas mismas. Los análisis estadísticos de resultados de experimentos realizados en otras disciplinas también son aceptables, siempre que se centren en el proceso de elaboración de modelos y analicen las limitaciones de los resultados. De todos modos, no se deben incluir demasiados datos no matemáticos. Un tema relacionado con la historia de la disciplina también puede ser adecuado, siempre que se base claramente en el desarrollo de los aspectos matemáticos. Los trabajos que se centran en aspectos biográficos o de rivalidades entre matemáticos no son pertinentes y difícilmente logran buenas calificaciones.

Debe tenerse en cuenta que los criterios de evaluación recompensan a los alumnos en relación con la naturaleza de la investigación y la aplicación de argumentos razonados a un problema de investigación adecuado. Deben evitarse los temas que den lugar a problemas de investigación superficiales, o que no estén suficientemente definidos para permitir un tratamiento adecuado del tema dentro de la extensión permitida para la monografía. Se espera que los alumnos amplíen sus conocimientos más allá del contenido del programa de estudios de las asignaturas de Matemáticas del Programa del Diploma que hayan elegido para la monografía, o que apliquen técnicas utilizadas en el curso para elaborar modelos en relación con un tema adecuado. No obstante, es importante recordar que es un trabajo de evaluación, no un trabajo de investigación para una publicación de matemáticas avanzadas. Por tanto, los resultados (sin importar cuán importantes sean) deben ir acompañados de pruebas que demuestren que el alumno los comprende.

Los siguientes ejemplos de títulos de monografías en Matemáticas se ofrecen solamente como orientación. Se dan dos versiones de cada título para ilustrar que debe procurarse que los temas sean específicos y bien delimitados (como en el primer caso) en lugar de amplios y generales (como en el segundo caso).

- “Los números primos en la criptografía” **es mejor que** “Los números primos”.
- “La dimensión Hausdorff de conjuntos fractales” **es mejor que** “Fractales”.
- “Las fracciones continuas en los procesos de natalidad y mortalidad” **es mejor que** “Fracciones continuas”.
- “La prueba de la ley de reciprocidad cuadrática” **es mejor que** “El matemático C. F. Gauss”.
- “La utilización de la teoría de grafos para reducir costos” **es mejor que** “La teoría de grafos”.

Los siguientes ejemplos ilustran la forma en que los temas pueden delimitarse adecuadamente y abordarse del modo que se espera en una monografía.

Tema	La geometría y la navegación
Problema de investigación	¿Cuán importantes eran las matemáticas, y la geometría en particular, en la navegación cuando los navegantes se guiaban por las estrellas? ¿Continúan siendo importantes ahora que tenemos satélites artificiales?
Enfoque	Utilizando una de las dos representaciones geométricas de la Tierra (esférica o elipsoidal), se describe la forma en que se elaboraban los mapas y las cartas de navegación que empleaban los navegantes en el pasado.
Tema	Los números cuadrados y triangulares y la ecuación de Pell
Problema de investigación	¿Cuántos números cuadrados son también triangulares, dónde se ubican y qué otros problemas llevan a la ecuación de Pell?
Enfoque	Se describen los números cuadrados y los triangulares, y se explica por qué la ubicación de aquellos que son cuadrados y triangulares a la vez es la solución a la ecuación de Pell. Podrían describirse otros problemas (tal vez dentro de la teoría de los números y la geometría) que conducen a la ecuación, con una breve historia de ésta.

Tema	La función exponencial y la medición de la edad y el crecimiento
Problema de investigación	¿Cómo se utiliza la función exponencial y su cálculo en áreas de la ciencia tales como la física nuclear, la geología, la antropología o la demografía?
Enfoque	Se aplica el crecimiento exponencial en uno de los contextos mencionados (por ejemplo, modelos relacionados con la población mundial) para describir los fenómenos. Se demuestra por qué es aplicable a los modelos matemáticos relacionados con otras situaciones reales.
Tema	Aproximación de números irracionales por números racionales
Problema de investigación	¿Cuán correctamente pueden aproximarse π , e , $\sqrt{2}$ y otros números irracionales por números racionales?
Enfoque	Se utiliza la representación decimal de los números irracionales como punto de partida para trabajar la aproximación por números racionales. Se demuestra cómo el desarrollo de una fracción continua de un número irracional también puede permitir la aproximación racional, y se analizan los límites de error y los órdenes de aproximación.
Tema	El método de Arquímedes para el cálculo de áreas
Problema de investigación	¿Cómo se relacionan los métodos de cálculo de Arquímedes para hallar el área del círculo y la parábola con los métodos de integración actuales?
Enfoque	Se describe cómo determinó Arquímedes el área de un círculo mediante polígonos inscriptos, con lo que también llegó al cálculo de π . A continuación se describe su método para el cálculo del área de una parábola.

Tratamiento del tema

Independientemente de cuál sea el título de la monografía, los alumnos deben aplicar buenas prácticas matemáticas pertinentes al tema elegido. Los datos deben analizarse utilizando técnicas adecuadas y los argumentos han de razonarse correctamente. Los modelos para las distintas situaciones deben elaborarse y aplicarse utilizando la metodología correcta, los problemas deben formularse claramente y las técnicas que se apliquen para su resolución deben ser del nivel adecuado. Se deben incluir suficientes explicaciones y comentarios a lo largo de la monografía, ya que un simple cúmulo de símbolos, fórmulas y análisis matemáticos puede ocasionar que el lector pierda de vista el propósito del trabajo.

Los procedimientos y reglas propios de la disciplina matemática deben respetarse en todo momento. Las gráficas y los diagramas pertinentes generalmente son importantes y deberían incorporarse a la sección principal de la monografía, no agregarse en un apéndice. No obstante, no es conveniente incluir impresos, tablas de resultados y de programas informáticos extensos que interrumpan el desarrollo del trabajo; éstos deberían encontrarse por separado, en notas a pie de página o en un apéndice. Pueden incluirse las pruebas de los resultados principales, pero las de los resultados estándar deberían omitirse o agregarse en un apéndice si ilustran un punto importante.

Para mantener un enfoque bien definido en toda la monografía, se recomienda que tanto el alumno como el supervisor tengan presentes los criterios de evaluación en todo momento.

Interpretación de los criterios de evaluación

Criterio A: Formulación del problema de investigación

Aunque el propósito de la monografía se define mejor en forma de pregunta, es también posible formularlo como una afirmación o una propuesta para la discusión.

Criterio B: Introducción

En la introducción se debe relacionar el problema de investigación con los conocimientos existentes en la materia; la experiencia personal u opinión particular del alumno no suele ser pertinente en esta sección de la monografía.

Criterio C: Investigación

El número de fuentes que se necesite consultar dependerá del problema de investigación que aborde la monografía. Deben ser suficientes pero no demasiadas sin necesidad, y cada una debe aportar material pertinente al trabajo.

Criterio D: Conocimiento y comprensión del tema

Presentar pruebas claras de la comprensión del tema elegido es más importante que intentar demostrar una gama innecesariamente amplia de conocimientos matemáticos. El nivel de conocimientos demostrado debe reflejar los conocimientos adquiridos en clase y la información adicional que se ha obtenido mediante la investigación realizada para la monografía.

Criterio E: Argumento razonado

En una monografía en Matemáticas, los términos “razonamiento” y “argumento” pueden aplicarse al trabajo en general y, con una interpretación algo distinta, a una o más secciones del mismo (por ejemplo, la demostración de un teorema). La calificación otorgada en este criterio reflejará ambos aspectos.

Criterio F: Aplicación de habilidades de análisis y evaluación apropiadas para la asignatura

La expresión “apropiadas para la asignatura” es clave en este criterio, dada la amplitud actual de las matemáticas. Las monografías que se basan en pruebas matemáticas requieren habilidades de razonamiento deductivo y organización; las que se basan en investigación, que responden una pregunta o demuestran una hipótesis, requieren habilidades de interpretación; mientras que las que implican la elaboración o el uso de modelos requieren la capacidad de formular correctamente un problema en términos matemáticos.

Criterio G: Uso de un lenguaje apropiado para la asignatura

Al igual que en otras asignaturas, el objetivo del lenguaje utilizado en matemáticas es comunicar ideas. En una monografía, debe comunicar las ideas con claridad, no sólo al examinador (que seguramente contará con conocimientos más sofisticados que los del alumno) sino a cualquier lector con una competencia similar a la del alumno en matemáticas. Debe evitarse el empleo excesivo de nombres y términos matemáticos carentes de pertinencia.

Criterio H: Conclusión

En relación con este criterio, la palabra clave es “coherencia”; la conclusión debe desprenderse del argumento y no introducir cuestiones nuevas o carentes de relación con éste. No debe consistir en una repetición del material de la introducción sino presentar una nueva síntesis derivada de la discusión llevada a cabo.

Criterio I: Presentación formal

Con este criterio se evalúa la medida en que la monografía se ajusta a las normas académicas de presentación de trabajos de investigación. Aquellas monografías en las que se omita la bibliografía o que no presenten referencias de las citas empleadas se considerarán inaceptables (nivel de logro 0). Las monografías en las que se omita uno de los elementos obligatorios (página del título, índice, numeración de páginas) se considerarán, como máximo, satisfactorias (nivel 2), y aquellas que omitan dos de dichos elementos se considerarán insatisfactorias (nivel 1) según este criterio.

El cómputo de palabras generalmente no es un factor importante en una monografía en Matemáticas. Debido a que las ecuaciones y fórmulas (que indican el razonamiento matemático del alumno) no se incluyen en el cómputo de palabras, es posible elaborar un buen trabajo que contenga un número de palabras relativamente bajo. Se recomienda presentar un trabajo conciso y elegante, cuyo contenido se apoye en gráficas, diagramas y pruebas importantes que no interrumpen el desarrollo de la argumentación. Las monografías cuya extensión es excesiva reciben calificaciones inferiores, especialmente si incluyen contenido innecesario. No existe una extensión mínima obligatoria para las monografías en esta asignatura, y se otorgarán buenas calificaciones por la organización del contenido con un estilo eficaz y que permita una fácil lectura, más que por el número de páginas o palabras. El objetivo debe ser demostrar el dominio de conceptos adecuados y la habilidad de presentarlos correctamente utilizando medios matemáticos.

Criterio J: resumen

El resumen se evalúa en relación con la claridad con que presenta una sinopsis de la investigación y la monografía en general, no en relación con la calidad del problema de investigación, el argumento o la conclusión en sí mismos.

Criterio K: Valoración global

Las cualidades que se evalúan en este criterio son: iniciativa intelectual, reflexión y profundidad de la comprensión, y creatividad. Dichas cualidades pueden demostrarse de diferentes maneras, según el tipo de trabajo matemático que se realice.